

Обработка прямых неравноточных измерений

Вариант №5555

Задача №1:

Различными способами определили пройденное судном расстояние (плавание): $S_1 = 50 \pm 4$ кб; $S_2 = 51 \pm 3$ кб; $S_3 = 49 \pm 4$ кб; $S_4 = 47 \pm 1$ кб. Найти вероятнейшее значение пройденного расстояния и оценить его точность.

Решение:

1. Вычислим вес каждого измерения, приняв $C = 1$

$$P_1 = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}; \quad P_2 = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}; \quad P_3 = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}; \quad P_4 = \frac{1}{1^2} = 1.$$

2. Найдём вероятнейшее значение пройденного расстояния (среднее весовое)

$$S = \frac{50 \cdot \frac{1}{16} + 51 \cdot \frac{1}{9} + 49 \cdot \frac{1}{16} + 47 \cdot 1}{\frac{1}{16} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + 1} = \frac{58.85}{1.2361} \approx 47.6 \text{ кб.}$$

3. Точность вероятнейшего значения пройденного расстояния при априорном оценивании

$$m_s = \pm \sqrt{\frac{1}{1.2361}} = \pm 0.9 \text{ кб, т.е. } S \pm m_s = 47.6 \pm 0.9 \text{ кб.}$$

4. Точность вероятнейшего значения пройденного расстояния при апостериорном оценивании.

$$V_1 = 50 - 47.6 = 2.4 \text{ кб}; \quad V_2 = 51 - 47.6 = 3.4 \text{ кб}; \\ V_3 = 49 - 47.6 = 1.4 \text{ кб}; \quad V_4 = 47 - 47.6 = -0.6 \text{ кб};$$

$$m_s = \pm \sqrt{\frac{\frac{1}{16} \cdot 2.4^2 + \frac{1}{9} \cdot 3.4^2 + \frac{1}{16} \cdot 1.4^2 + 1 \cdot (-0.6)^2}{(4-1) \cdot (\frac{1}{16} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + 1)}} = \pm \sqrt{\frac{1.4252}{3 \cdot 1.2361}} =$$

$$= \pm 0.62 \approx \pm 0.6 \text{ кб, то есть, } S \pm m_s = 47.6 \pm 0.6 \text{ кб.}$$

Задача №2:

4 наблюдателя секстаном определили высоту светила : $h_1 = 45^\circ 18' \pm 0.4'$; $h_2 = 45^\circ 17' \pm 0.2'$; $h_3 = 45^\circ 18.5' \pm 0.6'$; $h_4 = 45^\circ 19' \pm 0.5'$. Найти вероятнейшее значение высоты светила и оценить его точность.

Решение:

1. Вычислим вес каждого измерения, приняв $C = 1$

$$P_1 = \frac{1}{0.4^2} = \frac{1}{0.16}; \quad P_2 = \frac{1}{0.2^2} = \frac{1}{0.04}; \quad P_3 = \frac{1}{0.6^2} = \frac{1}{0.36}; \quad P_4 = \frac{1}{0.5^2} = \frac{1}{0.25}.$$

2. Найдём вероятнейшее значение высоты светила (среднее весовое)

$$h = \frac{45^\circ 18' \cdot \frac{1}{0.16} + 45^\circ 17' \cdot \frac{1}{0.04} + 45^\circ 18.5' \cdot \frac{1}{0.36} + 45^\circ 19' \cdot \frac{1}{0.25}}{\frac{1}{0.16} + \frac{1}{0.04} + \frac{1}{0.36} + \frac{1}{0.25}} = \frac{664.89}{38.0278} \approx 45^\circ 17.5'.$$

3. Точность вероятнейшего значения высоты светила при априорном оценивании

$$m_h = \pm \sqrt{\frac{1}{38.0278}} = \pm 0.2', \text{ т.е. } h \pm m_h = 45^\circ 17.5' \pm 0.2'.$$

4. Точность вероятнейшего значения высоты светила при апостериорном оценивании.

$$\begin{aligned}V_1 &= 45^\circ 18' - 45^\circ 17.5' = 0.5'; & V_2 &= 45^\circ 17' - 45^\circ 17.5' = -0.5'; \\V_3 &= 45^\circ 18.5' - 45^\circ 17.5' = 1'; & V_4 &= 45^\circ 19' - 45^\circ 17.5' = 1.5';\end{aligned}$$

$$m_h = \pm \sqrt{\frac{\frac{1}{0.16} \cdot 0.5^2 + \frac{1}{0.04} \cdot (-0.5)^2 + \frac{1}{0.36} \cdot 1^2 + \frac{1}{0.25} \cdot 1.5^2}{(4-1) \cdot \left(\frac{1}{0.16} + \frac{1}{0.04} + \frac{1}{0.36} + \frac{1}{0.25} \right)}} = \pm \sqrt{\frac{6.6488}{3 \cdot 38.0278}} =$$

$$= \pm 0.24 \approx \pm 0.2', \text{ то есть, } h \pm m_h = 45^\circ 17.5' \pm 0.2'.$$